**Министерство образования, науки и молодежной политики
Краснодарского края
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
Краснодарского края
«Курганинский аграрно-технологический техникум»**

ЗА СТРАНИЦАМИ УРОКА МАТЕМАТИКИ
«Реализация технологии подводящих задач на свойства биссектрисы»

автор: Короткова А. Э.
преподаватель математики

г. Курганинск, п. Красное Поле, 2023 г.

Рассмотрено и одобрено на заседании учебно-методического объединения «Общеобразовательных дисциплин по профильным, математическим и естественнонаучным дисциплинам»
Протокол № 3 от 25 октября 2023 г.
Председатель УМО Э.А. Приходько

Утверждены решением педагогического совета
Протокол № 4 от 15 ноября 2023 г.

Автор: Короткова А.Э., преподаватель математики, высшей квалификационной категории ГАПОУ КК «Курганинский аграрно - технологический техникум»

Рецензенты:
Проскурякова С.В., заместитель директора по УМР ГБПОУ «Лабинский социально - технический техникум», г. Лабинск

Аннотация

Любая методическая продукция в образовательном пространстве предназначена для передачи положительного педагогического опыта и направлена, прежде всего, на профессиональное совершенствование работы педагогов и повышение качества образовательной подготовки обучающихся.
Значимым этапом для формирования и развития умения решать геометрические задачи является деятельность учащихся по самостоятельному определению вида задач каждого типа, составлению математической модели и алгоритма их решения. Технология подводящих задач предполагает высокий уровень формализации и характеризуется широким использованием математики.

Задачи, представленные в данной разработке, демонстрируют практическую ценность математики, позволяют активизировать учебную деятельность, формируют знания и способности к деятельности, которые актуальны и востребованы практикой. Также они способствуют развитию познавательных интересов, логическому мышления обучающихся.

Содержание направленно на демонстрацию применения технологии подводящих задач в геометрии и опирается на знания, полученные в курсе средней школы.

Цель разработки - создание условий для формирования и развития у обучающихся навыков анализа и систематизации полученных ранее знаний, логического мышления, любви к предмету «математика».

Реализация технологии подводящих задач (биссектрисы)

Свойство 1

Биссектриса треугольника делит противолежащую сторону на отрезки, пропорциональные соответствующим боковым сторонам.

Доказательство.

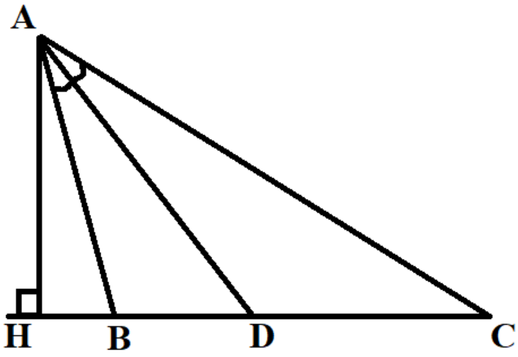

Рисунок 6 - Свойство 1

Пусть AD – биссектриса треугольника ABC. Треугольники ABD и ACD имеют общую высоту AH, поэтому $\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{BD}{CD}$. С другой стороны, эти же треугольники имеют равные углы (∠BAD и ∠CAD), поэтому $\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{AB \cdot AD}{AC \cdot AD} = \frac{AB}{AC}$. Из двух равенств для отношения площадей получаем $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$ или $\frac{BD}{AB} = \frac{CD}{AC}$. Ч.т.д.

Задача 1

В треугольнике ABC проведена биссектриса *AD*. Найдите периметр треугольника *ABC*, если *AC*=4, *DC*=2, *BD*=3. (рисунок 7).

Решение.

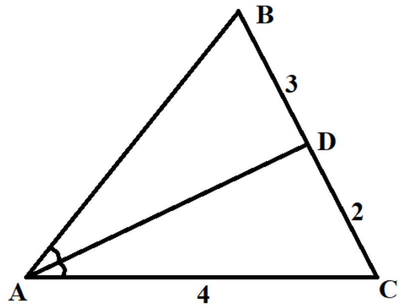

Рисунок 7 - Задача 1

По свойству 1 биссектрисы имеем: $\frac{BD}{AB} = \frac{DC}{AC}$; $\frac{3}{AB} = \frac{2}{4}$; AB=6. Периметр треугольника ABC=6+5+4=15.

Ответ: 15.

Задача 2

В треугольнике ABC, где AB=6, AC=4, биссектриса AL и медиана BM пересекаются в точке O (рисунок 8). Найдите $\frac{BO}{OM}$.

Решение.

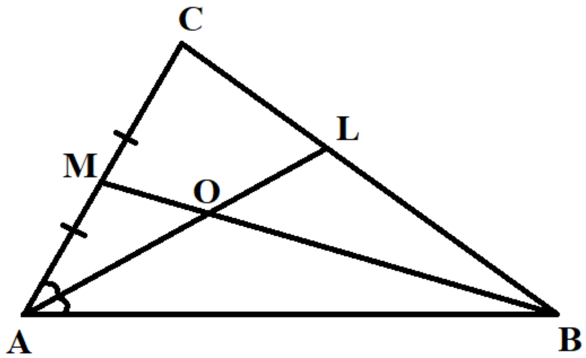

Рисунок 8 - Задача 2

Так как AL – биссектриса не только в $\triangle ABC$, но и в $\triangle ABM$, то имеем соотношение: $\frac{BO}{OM} = \frac{AB}{AM}$. Т.к. BM – медиана, то AM=CM=2. Тогда $\frac{BO}{OM} = \frac{6}{2} = \frac{3}{1}$.

Ответ: $\frac{3}{1}$.

Задача 3

В прямоугольном треугольнике проведена биссектриса острого угла; отрезок, соединяющий ее основание с точкой пересечения медиан, перпендикулярен катету как на рисунке 9. Найти углы треугольника.

Решение.

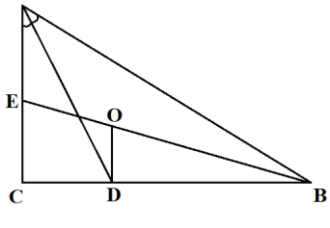

Рисунок 9 - Задача 3

Пусть BE – медиана, O – точка пересечения медиан, AD – биссектриса и $OD \perp BC$. По свойству точки пересечения медиан, $EO:OB = 1:2$. Так как $OD || EC$, то по теореме Фалеса имеем: $CD:DB = EO:OB = 1:2$. Используя свойство 1 имеем: $CD:DB = AC:AB$ т.е. $AC:AB = 1:2$. Следовательно, $\sin B = \frac{1}{2}$, откуда $\angle B$=30°, $\angle A$=60°.

Ответ: $\angle B$=30°, $\angle A$=60°.

Задача 4

В треугольнике ABC проведены биссектрисы CF и AD. Найдите отношение площадей треугольников AFD и ABC, если $AB:AC:BC = 21:28:20$. Это проиллюстрировано на рисунке 10.

Решение.

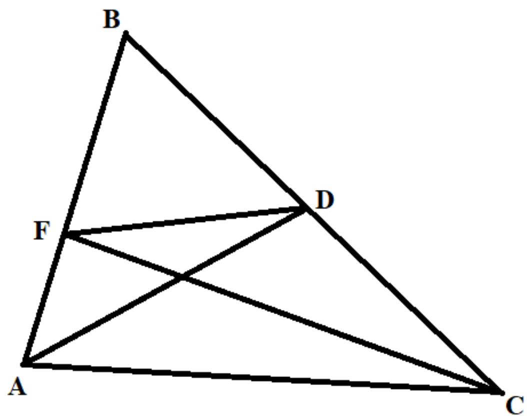

Рисунок 10 - Задача 4

1) Пусть $AB = 21x$, $AC = 28x$, $BC = 20x$. По свойству 1 получаем: $\frac{BC}{AC} = \frac{BF}{AF}$, $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$. Тогда $\frac{20x}{28x} = \frac{BF}{AF}$, $\frac{21x}{28x} = \frac{BD}{DC}$ и $\frac{5}{7} = \frac{BF}{AF}$, $\frac{3}{4} = \frac{BD}{DC}$. Следовательно, $\frac{BD}{DC} = \frac{3}{7}$ и $\frac{AF}{AB} = \frac{7}{12}$.

2) Пусть площадь всего треугольника $ABC = S$. Тогда площадь треугольника ABD составляет $\frac{3}{7}S$ (так как у треугольников ABC и ABD одна и та же высота, то их площади относятся так же, как длины оснований). Итак, $S_{ABD} = \frac{3}{7}S$. Рассмотрим треугольник AFD: $S_{AFD} = \frac{7}{12} \cdot \frac{3}{7}S = \frac{1}{4}S$.

Ответ: $S_{AFD} = \frac{1}{4}S_{ABC}$.

Задача 5

Диагонали вписанного в окружность четырехугольника ABCD пересекаются в точке E, причем $\angle ADB = \frac{\pi}{8}$, $BD=6$ и $AD \cdot CE = DC \cdot AE$ (это проиллюстрировано на рисунке 11). Найдите площадь четырехугольника ABCD.

Решение.

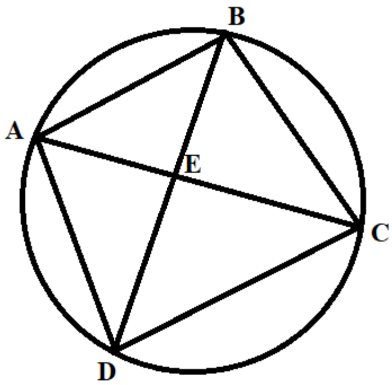

Рисунок 11 - Задача 5

Искомая площадь будет равна $S = \frac{1}{2} AC \cdot BD sinAEB$.

1) Т.к. $AD \cdot CE = DC \cdot AE$ – по условию, то $\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{CE}$. Таким образом в треугольнике ADC отрезок DE делит противоположную сторону AC на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам (свойство 2). Значит, DE – биссектриса в треугольнике ADC.

2) $\angle ADC = 2\angle ADB = \frac{\pi}{4}$ и по теореме синусов $AC = 2R\, sin \frac{\pi}{4}$, где R – радиус описанной окружности треугольника ADC, т. е. данной окружности.

3) Треугольник ABE подобен треугольнику DBA по двум углам, тогда $\angle AEB = \angle DAB$ и $sinAEB = sinDAB = \frac{BD}{2R}$ (по теореме синусов).

Искомая площадь равна $S = \frac{1}{2} \cdot 2R\, sin \frac{\pi}{4} \cdot BD \cdot \frac{BD}{2R} = \frac{1}{2} BD^2 sin \frac{\pi}{4} = 9\sqrt{2}$.

Ответ: $9\sqrt{2}$.

Интернет-ресурсы:

1.Web –Википедия
«Процент»https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82

3. / http://self-edu.ru/ege2017_36.php Самообразование. Главная > 2023: ЕГЭ, ОГЭ Предметы > ЕГЭ 2024. Математика. И.В. Ященко. 36 вариантов. Профильный уровень

4. http://www.fipi.ru. Федеральный институт педагогических измерений

5. http://www.statgrad.org Система «**Статград**»-система дистанционной подготовки к ЕГЭ и ГИА, проводимая московским институтом открытого образования и Московским центром непрерывного математического образования.

6. http://www.mathege.ru. Открытый банк математических задач ЕГЭ

7. http://www.reshuege.ru. РЕШУ ЕГЭ Образовательный портал для подготовки к экзаменам